



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA  
UNIVERSIDAD

CURSO 2016–2017

MATEMÁTICAS II

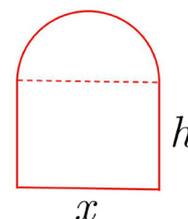
**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se quiere hacer una puerta rectangular coronada por un semicírculo como el de la figura. El hueco de la puerta tiene que tener 16 metros cuadrados.

Si es posible, determina la base  $x$  para que el perímetro sea mínimo.



**Ejercicio 2.-** Considera la región limitada por las curvas  $y = x^2$  e  $y = -x^2 + 4x$

- a) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte de ambas curvas.
- b) [0,75 puntos] Expresa el área como una integral.
- c) [1 punto] Calcula el área.

**Ejercicio 3.-** Considera  $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- a) [1 punto] Determina los valores de  $\lambda$  para los que la matriz  $A + \lambda I$  no tiene inversa ( $I$  es la matriz identidad).
- b) [1,5 puntos] Resuelve  $AX = -3X$ . Determina, si existe, alguna solución con  $x = 1$ .

**Ejercicio 4.-** Considera el punto  $P(1, -1, 0)$  y la recta  $r$  dada por  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$

- a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por  $P$  y contiene a  $r$ .
- b) [1,25 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de  $P$  respecto de  $r$ .



**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA**  
**UNIVERSIDAD**  
 CURSO 2016–2017

MATEMÁTICAS II

**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Considera la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$  para  $x \neq 1$ .

- a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- b) [1,5 puntos] Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de  $f$ . Calcula los extremos relativos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Calcula  $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$  (sugerencia  $t = \sqrt[4]{x}$ ).

**Ejercicio 3.-** Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15 euros, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20 euros.

- a) [1,5 puntos] Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25 euros ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos? Razona la respuesta.
- b) [1 punto] Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?

**Ejercicio 4.-** Considera los vectores  $\vec{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\vec{v} = (0, 2, 1)$  y  $\vec{w} = (m, 1, n)$ .

- a) [1,25 puntos] Halla  $m$  y  $n$  sabiendo que  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  son linealmente dependientes y que  $\vec{w}$  es ortogonal a  $\vec{u}$ .
- b) [1,25 puntos] Para  $n = 1$ , halla los valores de  $m$  para que el tetraedro determinado por  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  tenga volumen 10 unidades cúbicas.



**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA**  
**UNIVERSIDAD**  
 CURSO 2016–2017

**MATEMÁTICAS II**

**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Una imprenta recibe un encargo para realizar una tarjeta rectangular con las siguientes características: la superficie rectangular que debe ocupar la zona impresa debe ser de  $100 \text{ cm}^2$ , el margen superior tiene que ser de 2 cm, el inferior de 3 cm y los laterales de 5 cm cada uno.

Calcula, si es posible, las dimensiones que debe tener la tarjeta de forma que se utilice la menor cantidad de papel posible.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Determina la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f''(x) = xe^x$ , cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas y tiene un extremo relativo en  $x = 1$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por  $AX = B$  siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & m-2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} m \\ 2m+1 \\ m-1 \end{pmatrix}.$$

- a) [1,25 puntos] Discute el sistema según los valores de  $m$ .
- b) [1,25 puntos] Para  $m = 2$ , calcula, si es posible, una solución del sistema anterior para la que  $z = 17$ .

**Ejercicio 4.-** Los puntos  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(2, 2, 2)$  y  $C(1, 3, 3)$  son vértices consecutivos del paralelogramo  $ABCD$ .

- a) [1 punto] Calcula el área del paralelogramo.
- b) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene a dicho paralelogramo.
- c) [0,5 puntos] Calcula las coordenadas del vértice  $D$ .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA  
UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

CURSO 2016–2017

**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- a) [2 puntos] Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de  $f$ . Calcula los extremos relativos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- b) [0,5 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Ejercicio 2.-** Considera el recinto del primer cuadrante limitado por el eje  $OX$ , la recta  $y = x$ , la gráfica  $y = \frac{1}{x^3}$  y la recta  $x = 3$ .

- a) [0,5 puntos] Haz un esbozo del recinto descrito.
- b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto.
- c) [0,5 puntos] Si consideras la gráfica  $y = \frac{1}{x}$  en lugar de  $y = \frac{1}{x^3}$ , el área del recinto correspondiente ¿será mayor o será menor que la del recinto inicial? ¿por qué?

**Ejercicio 3.-** Considera  $A = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ k+1 & k & 0 \\ 0 & k+1 & k+1 \end{pmatrix}$ .

- a) [1,5 puntos] Discute el rango de  $A$  según los valores de  $k$ .
- b) [1 punto] Para  $k = 1$ , calcula el determinante de  $2(A^t A^{-1})^{2017}$ , siendo  $A^t$  la traspuesta de  $A$ .

**Ejercicio 4.-** Considera el punto  $P(0, 1, 1)$  y la recta  $r$  dada por  $\begin{cases} x - 2y = -5 \\ z = 2 \end{cases}$

- a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por  $P$  y contiene a  $r$ .
- b) [1,25 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de  $P$  respecto de  $r$ .



**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA**  
**UNIVERSIDAD**

**MATEMÁTICAS II**

CURSO 2016–2017

**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Se sabe que la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cos(x) & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

es continua.

- a) [1,5 puntos] Determina  $a$  y  $b$ .
- b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** Considera la función dada por  $f(x) = \sqrt{3 + |x|}$  para  $x \in [-3, 3]$ .

- a) [0,5 puntos] Expresa la función  $f$  definida a trozos.
- b) [2 puntos] Halla  $\int_{-3}^3 f(x) dx$

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

- a) [1,25 puntos] Calcula la matriz inversa de  $(A + B)$ .
- b) [1,25 puntos] Calcula el determinante de  $2A^{-1}(A + B)^t$ , siendo  $(A + B)^t$  la matriz traspuesta de  $A + B$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los vectores  $\vec{u} = (2, 3, 4)$ ,  $\vec{v} = (-1, -1, -1)$  y  $\vec{w} = (-1, \lambda, -5)$  siendo  $\lambda$  un número real.

- a) [1,25 puntos] Halla los valores de  $\lambda$  para los que el paralelepípedo determinado por  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  tiene volumen 6 unidades cúbicas.
- b) [1,25 puntos] Determina el valor de  $\lambda$  para el que  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  son linealmente dependientes.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA  
UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

CURSO 2016–2017

**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)$

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x \arctan(x)$ . Determina la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(0, \pi)$ .

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determina, si existe, la matriz  $X$  que verifica que  $ABX - 2C = CX$ .

**Ejercicio 4.-** Sea  $r$  la recta que pasa por  $A(4, 3, 6)$  y  $B(-2, 0, 0)$  y sea  $s$  la recta dada por  $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 - 2\lambda \end{cases}$

a) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de  $r$  y  $s$ .

b) [1,25 puntos] Calcula, si existen, los puntos  $C$  de  $s$  tales que los vectores  $\vec{CA}$  y  $\vec{CB}$  son ortogonales.

**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Se considera la función  $f$  dada por  $f(x) = \frac{-3x^2 + 2}{x - 1}$  para  $x \neq 1$ .

- a) [1,5 puntos] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** Sea  $f$  la función definida como  $f(x) = (x+2) \ln(x)$  para  $x > 0$ , donde  $\ln(x)$  representa al logaritmo neperiano de  $x$ .

- a) [1,75 puntos] Calcula  $\int f(x) dx$
- b) [0,75 puntos] Encuentra la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(1, 0)$ .

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, M = (-1 \ 1 \ 2) \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

- a) [0,75 puntos] Calcula  $BM$ .
- b) [1 punto] Razona si el sistema dado por  $AX = B$  tiene solución o no y, en caso afirmativo, cuántas soluciones tiene.
- c) [0,75 puntos] Resuelve  $AX = B$ .

**Ejercicio 4.-** Considera las rectas dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$$

- a) [1,75 puntos] Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a  $r$  y a  $s$ .
- b) [0,75 puntos] Halla la distancia entre las rectas  $r$  y  $s$ .



**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA**  
**UNIVERSIDAD**  
 CURSO 2016–2017

**MATEMÁTICAS II**

**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Una cuerda de un metro de longitud se divide en dos trozos con los que se construyen un cuadrado y una circunferencia respectivamente.

Determina, si es posible, las longitudes de los trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

**Ejercicio 2.-**

a) [2 puntos] Halla  $\int \frac{x^2}{(1+x^3)^{3/2}} dx$  (sugerencia  $t = 1 + x^3$ ).

b) [0,5 puntos] Halla la primitiva cuya gráfica pasa por  $(2, 0)$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + ky & = 1 \\ 2x - y + kz & = 1 \\ x - 3y + 2z & = 1 \end{cases}$$

del que se sabe que para un cierto valor de  $k$  es compatible indeterminado.

- a) [1,5 puntos] Determina el valor de  $k$ .
- b) [1 punto] Resuelve el sistema para  $k = 1$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(1, 3, -1)$  y  $B(3, -1, -1)$ .

- a) [1,75 puntos] Determina la ecuación del plano respecto del cual  $B$  es el simétrico de  $A$ .
- b) [0,75 puntos] Siendo  $C(5, 1, 5)$ , calcula el área del triángulo de vértices  $A, B$  y  $C$ .



**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA**  
**UNIVERSIDAD**  
 CURSO 2016–2017

**MATEMÁTICAS II**

**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se necesita construir un depósito cilíndrico, con tapas inferior y superior, con capacidad de  $20\pi \text{ m}^3$ . El material para las tapas cuesta 10 euros cada  $\text{m}^2$  y el material para el resto del cilindro 8 euros cada  $\text{m}^2$ . Calcula, si existe, el radio de las tapas y la altura del cilindro que hace que el coste total sea mínimo.

**Ejercicio 2.-** Sea  $I = \int_0^8 \frac{1}{2 + \sqrt{x+1}} dx$ .

- a) [1,25 puntos] Expresa  $I$  aplicando el cambio de variable  $t = 2 + \sqrt{x+1}$ .
- b) [1,25 puntos] Calcula el valor de  $I$ .

**Ejercicio 3.-** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) [0,5 puntos] Comprueba que  $AA^t - 2A = I$  ( $A^t$  denota la traspuesta de  $A$  e  $I$  la matriz identidad).
- b) [0,75 puntos] Calcula  $A^{-1}$ .
- c) [1,25 puntos] Determina, si existe, la matriz  $X$  que verifica  $XA + I = 3A$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(-1, -2, -1)$  y  $B(1, 0, 1)$ .

- a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos  $A$  y  $B$  son simétricos.
- b) [1,25 puntos] Calcula la distancia de  $P(-1, 0, 1)$  a la recta que pasa por los puntos  $A$  y  $B$ .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA  
UNIVERSIDAD

CURSO 2016–2017

MATEMÁTICAS II

**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Calcula  $a, b, c$  y  $d$  sabiendo que  $f$  tiene un extremo relativo en  $(0, 1)$  y su gráfica un punto de inflexión en  $(1, -1)$ .

**Ejercicio 2.-** Considera la región limitada por la gráfica de la función dada por  $f(x) = \sqrt{2x-2}$  para  $x \geq 1$ , la recta  $y = x - 5$  y el eje de abscisas.

- a) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte entre la gráfica de  $f$  y las rectas.
- b) [0,75 puntos] Expresa mediante integrales el área del recinto anterior.
- c) [1 punto] Calcula el área.

**Ejercicio 3.-** Sea  $A$  una matriz  $3 \times 3$  tal que  $\det(2A) = 8$ .

- a) [0,5 puntos] ¿Cuánto vale  $\det(A)$ ?
- b) [0,75 puntos] Siendo  $B$  la matriz que se obtiene de  $A$  multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale  $\det(B)$ ?
- c) [1,25 puntos] Determina los valores de  $x$  para los que la siguiente matriz  $A$  verifica que  $\det(2A) = 8$ ,

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & -x+2 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(0, -2, 2)$ ,  $C(-1, 0, 2)$  y  $D(2, -1, -2)$ .

- a) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro de vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ .
- b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por  $D$  y es perpendicular al plano determinado por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA  
UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

CURSO 2016–2017

**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Calcula la función polinómica, de grado 3, de la que se sabe que tiene un extremo relativo en el punto  $(0, 2)$  y que la tangente a su gráfica en el punto de abscisa  $x = 1$  es la recta  $x + y = 3$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Calcula  $\int_0^3 \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x}} dx$  (sugerencia  $t = \sqrt[3]{x}$ ).

**Ejercicio 3.-** Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por  $AX = B$  siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & m \\ m & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ m \end{pmatrix}.$$

- a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de  $m$ .
- b) [1 punto] Para  $m = 2$ , si es posible, resuelve el sistema dado.

**Ejercicio 4.-** Sea  $\pi$  el plano determinado por los puntos  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$  y  $C(0, 0, \lambda)$ , siendo  $\lambda$  un número real, y sea  $r$  la recta dada por  $r \equiv \begin{cases} y - z = 3 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$

- a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por  $A$  y contiene a  $r$ .
- b) [1,25 puntos] Estudia la posición relativa de  $r$  y  $\pi$  según los valores de  $\lambda$ .



**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA**  
**UNIVERSIDAD**  
 CURSO 2016–2017

MATEMÁTICAS II

**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Considera la función definida por  $f(x) = -x + \frac{4}{x^2}$  para  $x \neq 0$ .

- a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$  y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Calcula  $\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{(x + 1)^2} dx$

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m-1 \\ 0 & m-1 & 2-m \\ 0 & -1 & 2-m \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) [1 punto] Determina los valores de  $m$  para los que la matriz  $A$  no tiene inversa.
- b) [1,5 puntos] Para  $m = 1$ , calcula, si existe, la matriz  $X$  que verifica la igualdad  $A^{-1}XA + I = B$ , siendo  $I$  la matriz identidad.

**Ejercicio 4.-** Considera el punto  $P(-1, 0, 1)$ , el vector  $\vec{u} = (1, 2, 1)$  y el plano  $\pi$  de ecuación  $y = 0$ .

- a) [1,25 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por  $P$ , está contenida en  $\pi$  y cuyo vector director es perpendicular a  $\vec{u}$ .
- b) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por  $P$ , es perpendicular a  $\pi$  y del que  $\vec{u}$  es un vector director.