PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Calcula a sabiendo que $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\ln(1-x)}-\dfrac{ax-1}{x}\right)=\dfrac{7}{2}$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{-x^3+2x-3}{x^2-x}$ para $x\neq 0,\ x\neq 1$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(2, 3\ln 2)$, donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&a&b\\c&1&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$. Determina a, b y c, sabiendo que $AB=C$ y la matriz A tiene rango 2.

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera el tetraedro de vértices $A(0,0,0)$, $B(1,1,0)$, $C(0,1,3)$ y $D(1,0,3)$.

a) Calcula el volumen de dicho tetraedro. **(1 punto)**

b) Calcula la medida de la altura trazada desde el vértice A de dicho tetraedro. **(1.5 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Una familia desea acotar una zona rectangular en el jardín de su casa para dedicarla al cultivo ecológico. Para ello dispone de 96 metros de valla, pero necesita dejar una abertura de 4 metros en uno de los laterales para instalar una puerta. Determina las dimensiones de la zona rectangular de área máxima que puede acotarse de esta manera y el valor de dicha área.

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Calcula $\int \ln(x^2+2x+2)\,dx$ donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.
(Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = x+1$).

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Siendo λ un número real, considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & \lambda y & = & 2 \\ 2x & + & 4y & = & 1 \\ \lambda x & + & y & = & 2\lambda \end{array}\right.$$

Discútelo según los valores de λ y resuélvelo cuando sea posible.

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(-1,3,2)$, $B(2,-1,-1)$ y $C(a-2,7,b)$.

a) Determina a y b para que los puntos A, B y C estén alineados. **(1.25 puntos)**

b) En el caso $a=b=1$, halla la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano que contiene a los puntos A, B y C. **(1.25 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sabiendo que $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{xe^x - \ln(1+x) - (a+1)x}{x^2}$ es finito, calcula a y el valor del límite ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Determina la función $f\colon (-1,+\infty) \to \mathbb{R}$, sabiendo que es dos veces derivable, su gráfica pasa por el punto $(0,1)$, $f'(0)=0$ y $f''(x) = \dfrac{1}{x+1}$

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{rcl} ax+y+z &=& 1 \\ x+ay+z &=& a \\ x+y+az &=& a^2 \end{array}\right.$

a) Discútelo según los valores de a. **(1.75 puntos)**

b) Resuelve, si es posible, el sistema para $a=1$ y $a=-2$. **(0.75 puntos)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera el punto $P(1,0,-1)$ y la recta $r \equiv \left\{\begin{array}{l} x-y+2z=5 \\ x-z=1 \end{array}\right.$

a) Determina el punto simétrico de P respecto de la recta r. **(1.5 puntos)**

b) Calcula el punto de la recta r que dista $\sqrt{6}$ unidades de P. **(1 punto)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{|x|}{2-x}$ para $x \neq 2$.

a) Estudia la derivabilidad de f. **(1.25 puntos)**

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = -4x + 2$ y $g(x) = -x^2 + 2x + c$.

a) Halla el valor de c sabiendo que sus gráficas se cortan en el punto en el que g alcanza su máximo. **(1 punto)**

b) Para $c = -3$, calcula el área de la región limitada por ambas gráficas. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

a) Calcula A^{37} y A^{41}. **(1.5 puntos)**

b) Halla el determinante de la matriz $3A^{52}(A^t)^4$, donde A^t es la matriz traspuesta de A. **(1 punto)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera los vectores $\vec{u} = (2, 1, 0)$, $\vec{v} = (1, 0, -1)$ y $\vec{w} = (a, b, 1)$.

a) Halla a y b sabiendo que los tres vectores son linealmente dependientes y que $\vec{w}$ es ortogonal a $\vec{u}$. **(1.5 puntos)**

b) Para $a = 1$, calcula el valor o valores de b para que el volumen del paralelepípedo formado por dichos vectores sea de 6 unidades cúbicas. **(1 punto)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Considera la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$ para $x \neq 1, -1$.

a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f. **(1.25 puntos)**

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Determina la única función derivable $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que cumple que $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$ y $f''(x) = e^x(x+2)$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & m \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Determina los valores de m para los que AB no tiene inversa. **(0.75 puntos)**

b) Determina los valores de m para los que BA no tiene inversa. **(0.75 puntos)**

c) Para $m = 0$, resuelve, si es posible, el sistema dado por $BAX = C$ y halla una solución en la que $x+y+z = 0$. **(1 punto)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(t, 2, -1)$, $B(0, 1, 1)$, $C(-1, 0, 2)$ y $D(2, 3, -t-1)$.

a) Calcula el valor o valores de t para que el volumen del tetraedro de vértices A, B, C, D sea 5 unidades cúbicas. **(1.25 puntos)**

b) Para $t = 0$, calcula la distancia del punto A a la recta determinada por los puntos B y C. **(1.25 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tiene un punto crítico en $x = 0$, que su gráfica pasa por $(0, 3)$ y que la recta $y = -2x+2$ es tangente a dicha gráfica en el punto de abscisa $x = 1$. Calcula a, b, c y d.

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Calcula el valor de $a > 0$ para que el área comprendida entre la parábola $y = 3x^2 - 2ax$ y el eje de abscisas sea 4 unidades cuadradas.

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Sabiendo que una matriz X verifica que $X^3AX = B^2$, halla los posibles valores de su determinante. **(1 punto)**

b) Determina, si existe, una matriz Y que verifique $A^2YB^{-1} = A$. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el punto $A(0, 1, -2)$ y los planos $\pi_1 \equiv 2x - y - z + 5 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + 5y - 6z - 4 = 0$.

a) Halla el punto simétrico de A respecto de π_1. **(1.5 puntos)**

b) Determina la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y π_2. **(1 punto)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = e^x(x^2 - 5x + 6)$. Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f y los puntos de inflexión de su gráfica.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int_0^{\pi} x \operatorname{sen}^2(x)\, dx$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones dado por $AX = B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ m & 4 & -2 \\ 0 & m+2 & -3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2m \\ 1 \end{pmatrix}.$$

a) Discute el sistema según los valores de m. **(1.5 puntos)**

b) Para $m = -2$, ¿existe alguna solución con $z = 0$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1 punto)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - y + az = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases}$

a) Halla a sabiendo que π es paralelo a r. **(1.5 puntos)**

b) Determina el plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1, 2, 3)$. **(1 punto)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Sea la función derivable $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{2ax-4b} & \text{si} \quad x < 1 \\ 1 - x\ln x & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

a) Determina los valores de a y b. **(1.75 puntos)**

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$. **(0.75 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x|$ y $g(x) = x^2 - 2$.

a) Calcula los puntos de corte de las gráficas de f y g. Esboza el recinto que determinan. **(1 punto)**

b) Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a) Halla los valores de λ tales que $|A - \lambda I| = 0$, donde I es la matriz identidad de orden 3. **(1.25 puntos)**

b) Para $\lambda = 1$, resuelve el sistema dado por $(A - \lambda I)X = 0$. ¿Existe alguna solución tal que $z = 1$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - y + z = 2$ y la recta $r \equiv \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$.

a) Calcula la distancia entre r y π. **(1 punto)**

b) Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r. **(1.5 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (5-x)e^{x-4}$. Determina los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente tiene pendiente máxima.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(t) = \dfrac{1}{1+e^t}$

a) Calcula $\displaystyle\int f(t)dt$ (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $x = 1+e^t$). **(1.5 puntos)**

b) Se define $g(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)dt$. Calcula $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{x}$ **(1 punto)**

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{rcl} -my+z & = & 1 \\ 5x+2y+mz & = & 0 \\ my+(m-3)z & = & -3 \end{array}\right.$

a) Discute el sistema en función de m. **(1.25 puntos)**

b) Para $m=0$, resuelve el sistema. Calcula, si es posible, una solución en la que $y=5$. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(1,0,1)$, $B(-1,0,2)$ y $O(0,0,0)$, y la recta $r \equiv \left\{\begin{array}{l} x=-1-\lambda \\ y=\lambda \\ z=2 \end{array}\right.$

a) Calcula la distancia del punto A a la recta r. **(1.5 puntos)**

b) Determina el área del triángulo de vértices A, B y O. **(1 punto)**

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1,$$

tiene un punto crítico en $x = 2$ y que la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa $x = 1$ es $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. Calcula a, b y c.

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Calcula $\int \cos(\ln x)\, dx$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & -3 \\ m-1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a) Determina los valores de m para los que la ecuación $AX + B = C$ tiene solución única. **(1 punto)**

b) Para $m = 0$, halla X tal que $AX + B = C$. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv 2x - y + z - 3 = 0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = -2 - \lambda \end{cases}$ y el punto $P(1, 1, 2)$.

a) Determina la ecuación general del plano perpendicular a π, paralelo a r y que pasa por el punto P. **(1.25 puntos)**

b) Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r. **(1.25 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Considera la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{x^2-1}$ para $x \neq 1, -1$.

a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f. **(1.25 puntos)**

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Calcula $a > 0$ sabiendo que el área de la región determinada por la gráfica de la función $f(x) = xe^{3x}$, el eje de abscisas y la recta $x = a$ vale $\dfrac{1}{9}$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m+2 \\ 0 & 1 & m+1 \\ m & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

a) Estudia el rango de A según los valores de m. **(1.5 puntos)**

b) Para $m = 2$, calcula la inversa de $2020A$. **(1 punto)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Siendo $a \neq 0$, considera las rectas

$$r \equiv x-1 = y-2 = \frac{z-1}{a} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x-3}{-a} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$$

a) Estudia la posición relativa de ambas rectas según los valores de a. **(1.25 puntos)**

b) Para $a = 2$, determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto de corte de r y s y es perpendicular a ambas. **(1.25 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Sea $f\colon [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{2 - \cos x}$.

a) Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). **(2 puntos)**

b) Determina la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \dfrac{\pi}{3}$. **(0.5 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Sea f la función dada por $f(x) = \dfrac{3x^2 + 4}{(x-2)^2}$ para $x \neq 2$.

a) Calcula $\displaystyle\int f(x)\,dx$. **(2 puntos)**

b) Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(3, 5)$. **(0.5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a \\ 2a \\ 3a \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a) Discute el sistema dado por $AX = B$, según los valores de a. **(1.25 puntos)**

b) Para $a = 0$, resuelve el sistema dado por $AX = B$. Calcula, si es posible, una solución en la que $y + z = 4$. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Se considera el punto $A(1, -2, 0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$

a) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a r. **(1.25 puntos)**

b) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r. **(1.25 puntos)**