

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2019/20.

INSTRUCCIONES GENERALES

- Dispone de 90 minutos para realizar el examen.
- Sí se permite el uso de calculadora pero debe ser no programable ni con capacidades gráficas.
- Mientras tenga el examen en su poder **SÓLO** puede comunicarse con los miembros del Tribunal de examen. Cualquier otro tipo de comunicación o uso de dispositivos o materiales no autorizados supondrá la retirada del examen, lo que será reflejado en el Acta como **COPIA ILEGAL**.
- El examen debe realizarse con bolígrafo azul o negro.
- No puede utilizar ningún tipo de corrector (Tipp-Ex)
- No puede utilizar ninguna hoja que no haya sido entregada por algún miembro del Tribunal de examen. Las hojas de respuesta deben ir numeradas en las casillas que aparecen en la parte inferior.
- El examen está traducido al inglés con el objetivo de facilitar la comprensión de las preguntas, pero **DEBE CONTESTARSE EN ESPAÑOL**. En caso de que considere que hay alguna diferencia de interpretación entre la parte en español y la parte traducida al inglés, prima el examen original realizado en español.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La prueba consta de tres partes

PRIMERA PARTE: Quince preguntas tipo test de las cuales puede responder a diez y solo a diez. Valor total de esta parte 5 puntos. Cada pregunta de tipo test ofrece tres opciones para la respuesta de las que sólo una es correcta. Se puntúa de la forma siguiente:

- La respuesta correcta suma 0,5 puntos.
- La respuesta incorrecta resta 0,15 puntos.
- La respuesta en blanco o marcada incorrectamente se valora con 0 puntos.

Para contestar a esta parte debe utilizarse la hoja de respuestas Tipo Test. Es **MUY IMPORTANTE** leer las instrucciones sobre cómo deben marcarse las respuestas.

SEGUNDA PARTE: Dos problemas de desarrollo de los cuales puede responder a uno y solo a uno de ellos. Valor total de esta parte 2,5 puntos

TERCERA PARTE: Dos problemas de desarrollo de los cuales puede responder a uno y solo a uno de ellos. Valor total de esta parte 2,5 puntos

Las dos partes de problemas se contestarán en hojas aparte y las tres partes se entregarán conjuntamente.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2019/20.

GENERAL INSTRUCTIONS

- The duration of the exam is of 90 minutes.
- It is allowed to use only calculators that are non-programmable and without graphing capabilities.
- While you have the exam in your possession, you can **ONLY** contact the members of the Examining Board. Any other type of communication or use of unauthorized devices or materials will mean the withdrawal of the exam, which will be reflected in the Minutes as **ILLEGAL COPY**.
- The exam must be done with a black or blue pen.
- Correction fluids (Tipp-Ex) are not allowed.
- Only use the sheets provided by a member of the Examining Board. The answer sheets should be numbered in the boxes that appear at the bottom.
- The exam is translated into English in order to facilitate the understanding of the questions, but **MUST BE ANSWERED IN SPANISH**. In the case that you consider that there is any difference in interpretation between the part in Spanish and the part translated into English, the original exam conducted in Spanish prevails.

SCORING CRITERIA

The exam has three parts

FIRST PART: Fifteen test questions of which you can answer ten and only ten. Total value of this part 5 points. Each test question offers three options for the answer of which only one is correct. It is scored as follows:

- The correct answer adds 0.5 points.
- The wrong answer subtracts 0.15 points.
- The blank or incorrectly marked answer is valued at 0 points.

To answer this part, use the Test Type answer sheet. It is **VERY IMPORTANT** to read the instructions on how the answers should be marked.

SECOND PART: Two development problems of which you can answer one and only one of them. Total value of this part 2.5 points

THIRD PART: Two development problems of which you can answer one and only one of them. Total value of this part 2.5 points

The two parts of problems will be answered on separate sheets and the three parts will be delivered together.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2019/20.

PRIMERA PARTE: PREGUNTAS TIPO TEST

Modelo 3

Responda un máximo de 10 de las siguientes preguntas tipo test porque solo se corregirán las diez primeras respuestas

1- El sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y + 2z = -2 \\ 5x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

- a) tiene una única solución
b) no tiene solución
c) tiene infinitas soluciones

2- El rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

es:

- a) uno
b) dos
c) tres

3- La matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & m & 0 \\ m & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ no es invertible cuando:

- a) $m = \pm 1$
b) $m = 0$
c) $m = \pm 3$

4- Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

la matriz $A - BC$ es:

- a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

5- Si A es la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$$

entonces la ecuación matricial $A^2 - aI = O$, siendo I y O las matrices identidad y nula de orden 2×2 respectivamente, se verifica:

- a) para todo valor de a
b) solo si $a = 2$ ó $a = 1/2$
c) solo si $a = 1$ ó $a = 2/3$

6- El conjunto de soluciones del sistema:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y + 2z = -3 \end{cases}$$

es:

- a) $\{(\lambda, 1 - \lambda, -1 - \lambda) : \lambda \in \mathbb{R}\}$
b) $\{(1 - \lambda, \lambda, -1 - 2\lambda) : \lambda \in \mathbb{R}\}$
c) $\{(-1 - 2\lambda, 1 - 3\lambda, \lambda) : \lambda \in \mathbb{R}\}$

7- Sea A una matriz cuadrada de tamaño 3×3 . Si el determinante de A es $\det A = 3$ entonces el determinante de la matriz inversa A^{-1} es:

- a) $\det(A^{-1}) = -3$
b) $\det(A^{-1}) = 1/3$
c) $\det(A^{-1}) = 3$

8- Los vectores $\vec{v}_1 = (2, -1, 0)$, $\vec{v}_2 = (1, 2, 1)$ y $\vec{v}_3 = (3, 1, 1)$ son:

- a) base de \mathbb{R}^3
b) linealmente independientes
c) linealmente dependientes

9- Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio cuyas probabilidades son: $P(A) = 0,6$ y $P(B) = 0,2$. Entonces la probabilidad de $\overline{A} \cup \overline{B}$, siendo \overline{A} y \overline{B} los sucesos contrarios de A y B respectivamente, es:

- a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,88$
- b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1,2$
- c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,6$

10- En una bolsa hay 200 bolas con los números del 1 al 200. Se saca una bola al azar. La probabilidad de que su número sea múltiplo de 5 es:

- a) $\frac{2}{5}$
- b) $\frac{1}{5}$
- c) $\frac{6}{5}$

11 - En una empresa de pinturas disponen de cinco colores básicos y forman con ellos más colores combinándolos a partes iguales de dos en dos, de tres en tres, de cuatro en cuatro y los cinco juntos. ¿Cuántos colores distintos, contando los cinco primeros, tendrá la fábrica en total?

- a) 20
- b) 16
- c) 31

12- Si el 58% de la población española mayor de 18 años es de sexo femenino y entre la población de esa edad se sabe que el 24% son mujeres que fuman, ¿cuál es la probabilidad de que escogida una mujer al azar mayor de 18 años sea fumadora?

- a) 0,24
- b) 0,41
- c) 0,29

13- Se lanza una moneda no trucada cuatro veces. ¿Cuál es la probabilidad de sacar al menos dos caras?

- a) $\frac{11}{16}$
- b) $\frac{5}{8}$
- c) $\frac{1}{4}$

14- Se lanzan tres dados iguales de seis caras, que tienen dibujados en cada cara un número del 1 al 6. ¿Cuál es la probabilidad de sacar 17 puntos o más?

- a) $\frac{1}{108}$
- b) $\frac{1}{216}$
- c) $\frac{1}{54}$

15- Con los dígitos 2, 4, 6 y 8, ¿cuántos números distintos de tres cifras se pueden formar si no pueden tener dígitos repetidos?

- a) 24
- b) 12
- c) 20

Elija uno, y solo uno, de los dos siguientes problemas. En caso de responder parcial o totalmente a los dos problemas solo se corregirá el problema 1. Si no quiere que se corrija el problema 1 táchelo.

Problema 1

Calcule las siguientes integrales:

a) (1 punto)

$$\int \frac{2x+1}{x^2+4} dx$$

b) (0,75 puntos)

$$\int \frac{x}{(3x^2+1)^6} dx$$

c) (0,75 puntos)

$$\int \frac{e^x \operatorname{sen}(e^x)}{3} dx$$

Problema 2

Dada la siguiente función:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$$

- a) (0,25 puntos) Describa el conjunto de puntos donde la función es continua.
- b) (0,75 puntos) Estudie si tiene asíntotas y en caso afirmativo calcule sus ecuaciones.
- c) (0,75 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función y en caso de existir calcule los extremos relativos.
- d) (0,75 puntos) Haga un dibujo aproximado de la gráfica de f .

Elija uno, y solo uno, de los dos siguientes problemas. En caso de responder parcial o totalmente a los dos problemas solo se corregirá el problema 1. Si no quiere que se corrija el problema 1 táchelo.

Problema 1

Dado el plano $\pi : y - z = 0$

- (0,5 puntos) Calcule la distancia del punto $S(0, 0, 1)$ al plano π .
- (1,5 puntos) Calcule el punto S' simétrico de S respecto a π .
- (0,5 puntos) Determine cuál es la posición relativa entre el plano π y la recta:

$$\begin{cases} 4x - y - z = 3 \\ 2x - z = 1 \end{cases}$$

Problema 2

Dada la recta

$$r : \begin{cases} x - y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

- (1 punto) Estudie cuál es la posición relativa de la recta r y la recta:

$$s : \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

- (0,5 puntos) Calcule el coseno del ángulo que forman las rectas r y s
- (1 punto) Calcule la ecuación del plano que es perpendicular a r y pasa por el punto $A(1, 2, 3)$.

TRADUCCIÓN DEL EXAMEN AL INGLÉS

FIRST PART: TEST QUESTIONS

Modelo 3

Answer at most 10 questions, but only 10, because if you answer more than ten, only the first ten will be evaluated.

1- The following equation system

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y + 2z = -2 \\ 5x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

has:

- a) a unique solution.
- b) no solution (inconsistent).
- c) infinitely many solutions.

2- The rank of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

is:

- a) one
- b) two
- c) three

3- The following matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & m & 0 \\ m & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ is

not invertible when:

- a) $m = \pm 1$
- b) $m = 0$
- c) $m = \pm 3$

4- If A , B and C are the following matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ and } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

then the matrix $A - BC$ is equal to:

- a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

5- Let A be the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$$

then the matricial equation $A^2 - aI = O$, where I and O are the 2×2 identity and zero matrices respectively, is satisfied:

- a) for all a
- b) only if $a = 2$ or $a = 1/2$
- c) only if $a = 1$ or $a = 2/3$

6- The solution set for the following system of linear equations

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y + 2z = -3 \end{cases}$$

is:

- a) $\{(\lambda, 1 - \lambda, -1 - \lambda) : \lambda \in \mathbb{R}\}$
- b) $\{(1 - \lambda, \lambda, -1 - 2\lambda) : \lambda \in \mathbb{R}\}$
- c) $\{(-1 - 2\lambda, 1 - 3\lambda, \lambda) : \lambda \in \mathbb{R}\}$

7- Let A be a 3×3 matrix. If the determinant of A is $\det(A) = 3$, then the determinant of the inverse matrix A^{-1} is:

- a) $\det(A^{-1}) = -3$
- b) $\det(A^{-1}) = 1/3$
- c) $\det(A^{-1}) = 3$

8- The following vectors $\vec{v}_1 = (2, -1, 0)$, $\vec{v}_2 = (1, 2, 1)$ and $\vec{v}_3 = (3, 1, 1)$ are:

- a) a basis of \mathbb{R}^3
- b) linearly independent
- c) linearly dependent

TRADUCCIÓN DEL EXAMEN AL INGLÉS

FIRST PART: TEST QUESTIONS (continued)

Modelo 3

9- Given two independent events of a random experiment A and B , with probabilities: $P(A) = 0,6$ and $P(B) = 0,2$, the probability of $\overline{A} \cup \overline{B}$, where \overline{A} and \overline{B} are the complement events of A and B respectively, is:

- a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,88$
- b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1,2$
- c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,6$

10- A bag contains 200 balls numbered 1 through 200. If we draw a ball, what is the probability that the ball number is a multiple of 5?

- a) $\frac{2}{5}$
- b) $\frac{1}{5}$
- c) $\frac{6}{5}$

11 - In a paint company they have five basic colors and form more colors with them combining them in equal parts two by two, three by three, four by four and the five together. How many different colors, counting the first five, will the factory have in total?

- a) 20
- b) 16
- c) 31

12- If 58% of Spain population over the age of 18 is female and among the population of that age it is known that 24% are women who smoke, what is the probability that a randomly selected woman over the age of 18 is a smoker?

- a) 0,24
- b) 0,41
- c) 0,29

13- An untouched coin is tossed four times. What is the probability of getting at least two heads?

- a) $\frac{11}{16}$
- b) $\frac{5}{8}$
- c) $\frac{1}{4}$

14- Three six-sided dice each with the distinct numbers 1 through 6 on each side are thrown. What is the probability of getting a sum of number greater than or equal to 17?

- a) $\frac{1}{108}$
- b) $\frac{1}{216}$
- c) $\frac{1}{54}$

15- How many 3-digit numbers can be formed using only 2, 4, 6 and 8 with no repeats?

- a) 24
- b) 12
- c) 20

TRADUCCIÓN DEL EXAMEN AL INGLÉS

SECOND PART: PROBLEMS

Modelo 3

Choose one, and only one, of the following two problems. If you answer partially or totally to both problems, only problem 1 will be corrected. If you do not want the problem 1 to be corrected, cross it out.

Problem 1

Calculate the following integrals

a) (1 point)

$$\int \frac{2x + 1}{x^2 + 4} dx$$

b) (0,75 points)

$$\int \frac{x}{(3x^2 + 1)^6} dx$$

c) (0,75 points)

$$\int \frac{e^x \operatorname{sen}(e^x)}{3} dx$$

Problem 2

Given the following function:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$$

a) (0,25 points) Describe the set of the points of continuity.

b) (0,75 points) Determine if f has any kind of asymptotes and if so calculate their equations.c) (0,75 points) Find the intervals where f increases or decreases and calculate the relative maximum and minimum points if they exist.d) (0,75 points) Graph the function f .

TRADUCCIÓN DEL EXAMEN AL INGLÉS

THIRD PART: PROBLEMS

Modelo 3

Choose one, and only one, of the following two problems. If you answer partially or totally to both problems, only problem 1 will be corrected. If you do not want the problem 1 to be corrected, cross it out.

Problem 1

Given the plane $\pi : y - z = 0$

- (0,5 points) Calculate the distance from the point $S(0, 0, 1)$ to the plane π .
- (1,5 points) Find the coordinates of the symmetric point of the point S from the plane π .
- (0,5 points) Determine the relative position of the plane π and the following line:

$$\begin{cases} 4x - y - z = 3 \\ 2x - z = 1 \end{cases}$$

Problem 2

Given the line

$$r : \begin{cases} x - y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

- (1 point) Study the relative position between the line r and the line

$$s : \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

- (0,5 points) Calculate the cosine of the angle between the lines r and s
- (1 point) Calculate the equation of the plane that is orthogonal to the line r and goes through the point $A(1, 2, 3)$.